Темы курсовых работ

Руководитель — Владимир Александрович Бондарко
vbondarko@gmail.com

21 февраля 2018 г.

Пусть на плоскости заданы N прямых

$$a_i x_1 + b_i x_2 + c_i = 0,\ i = 1, 2, \ldots, N. \qquad (1)$$

1. Определите точку $X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$, для которой минимальна сумма квадратов расстояний до прямых (1). Найдите значение этого минимума.

2. Предположим, что существует (но неизвестна) точка $X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$, для которой все расстояния до прямых (1) не превосходят известной константы C. Определите точку $Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix}$, для которой все расстояния до прямых (1) не превосходят C/ρ, где ρ — произвольная наперед заданная величина из интервала $(0, 1)$.

3. Обозначим через $d(a, b, c, \xi_1, \xi_2)$ расстояние от прямой $ax_1 + bx_2 + c = 0$ до точки $\begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix}$. Если значение наперед заданной константы $C > 0$ слишком мало, то точек $\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$, для которых $d(a_i, b_i, c_i, X_1, X_2) \leqslant C\ \forall i$, может и не найтись. Если C достаточно велико, то такие точки найдутся. С точностью до заданной величины $\varepsilon > 0$ определите минимальное значение константы C, для которой искомые точки существуют, и для найденного значения C отыщите какую-нибудь такую точку.

4. Решите две предыдущие задачи, заменив в условиях расстояние на сумму квадратов расстояний до двух подряд идущих прямых.

5. Решите предыдущие задачи в более общем случае, заменив в условиях прямые на гиперплоскости в n-мерном пространстве.

Решение должно состоять из явного вычислительного алгоритма, обоснования его сходимости и моделирующей программы (по возможности — на языке MATLAB, но другие также допустимы). Желательно, чтобы алгоритмы были ориентированы на последовательное предъявление исследуемых прямых, количество которых потенциально может возрастать до бесконечности, причем алгоритм должен иметь конечную память.